ВАРІАНТ 9

	А	Б	В	Г
1			X	
2				X
3		X		
4	X			

	А	Б	В	Г
5		X		
6			X	
7				X
8	X			

	А	Б	В	Г
9			X	
10				X
11	X			
12	X			

Частина 2.

2.1. $\sin(-930°)+\sqrt{3}(-210°)+\operatorname{tg}315° = \sin(-720°-210°)+\sqrt{3}\cos(-210°)+$

$+\operatorname{tg}(180°+135°) = 2\left(\frac{1}{2}\sin(-210°)+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(-210°)\right)+\operatorname{tg}135° =$

$= 2\left(\cos 210°\cdot\cos 30° - \sin 210°\cdot\sin 30°\right)+\operatorname{tg}135° =$

$= 2\cos 240° + \operatorname{tg}135° = 2\cos(360°-120°)+\operatorname{tg}(180°-45°) =$

$= 2\cos 120° - \operatorname{tg}45° = 2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-1=-2.$

Відповідь. –2.

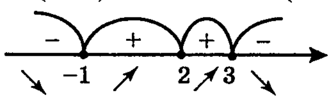
2.2. $\log_3(x+1)+\log_3 x \le \log_3 2+1;\ \ \log_3\frac{x+1}{x}\le \log_3 2+\log_3 3=\log_3 6;$

$\frac{x+1}{x}\le 6;\ \frac{x+1}{x}-6\le 0;\ \frac{x+1-6x}{x}\le 0;\ \ (1-5x)x\le 0;\ \ x\in\left[0;\frac{1}{5}\right].$

Відповідь. $x\in\left[0;\frac{1}{5}\right].$

2.3. $f(x)=\frac{x^2-3}{2-x};\ \ f'(x)=\frac{2x(2-x)-(x^2-3)\cdot(-1)}{(2-x)^2}=\frac{2x-2x^2+x^2-3}{(2-x)^2}=$

$=-\frac{x^2-2x+3}{(2-x)^2}=-\frac{(x-3)(x+1)}{(x-2)^2};$



Відповідь 3.

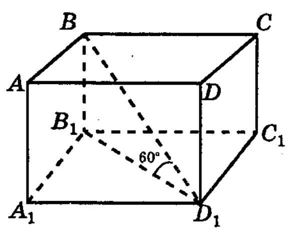
2.4. З $\Delta BD_1B_1:\ BB_1 = BD_1\sin 60° = 8\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3};$

$B_1D_1 = BD_1\cos 60° = 4.$

$S_{осн.} = B_1D_1^2\cdot\sin 30° = 8.$

$V = S_{осн.}\cdot BB_1 = 8\cdot 4\sqrt{3} = 32\sqrt{3}.$

Відповідь. $32\sqrt{3}$ см^3.

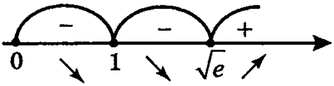


Частина 3.

3.1. $\sin 27^\circ \cdot \cos 33^\circ + \sin 63^\circ \cdot \cos 57^\circ = \sin 27^\circ \cos 33^\circ + \sin(90^\circ - 27^\circ)\cdot\cos(90^\circ - 33) =$

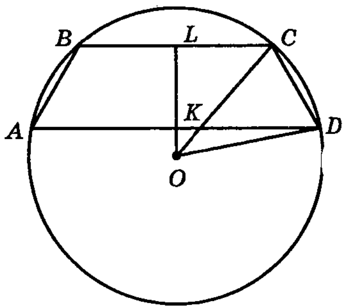
$= \sin 27^\circ \cdot \cos 33^\circ + \cos 27^\circ \cdot \sin 33^\circ = \sin(27^\circ + 33^\circ) = \sin 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}.$

3.2. $f(x) = \dfrac{x^2}{\ln x}$. $f'(x) = \dfrac{2x\ln x - \dfrac{x^2}{x}}{\ln^2 x} = \dfrac{x(2\ln x - 1)}{\ln^2 x} = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0, \\ 2\ln x = 1, \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = \sqrt{e}. \end{array}\right.$



Відповідь. $f(x)$ спадає на $(0;1)$, спадає на $(1;\sqrt{e})$, в точці $\sqrt{e}$ набуває мінімуму, зростає на проміжку $(\sqrt{e};\infty)$.

3.3. Розглянемо переріз даної фігури площиною, що проходить через центр перпендикулярно до січних площин сфери.



$AD = 2\sqrt{64} = 16$, $BC = 2\sqrt{36} = 12$.

$S = 4\pi R^2 = 400\pi \Rightarrow R^2 = 100 \Rightarrow R = 10$.

Використаємо теорему Піфагора для ΔOKD і ΔOCL:

$OK = \sqrt{OD^2 - KD^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$ (см).

$OL = \sqrt{OC^2 - LC^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$ (см).

$KL = OL - OK = 2$ (см).

Відповідь. 2 см.

Частина 4.

4.1. $\begin{cases} (a+3)x - 4y = 3a - 5, \\ ax + (a+2)y = 3, \end{cases}$ $\dfrac{a+3}{a} = \dfrac{-4}{a+2} \Rightarrow (a+3)(a+2) = -4a;$

$a^2 + 5a + 6 = -4a$; $a^2 + 9a + 6 = 0$; $D = 81 - 4\cdot 6 = 81 - 24 = 57$. $a = \dfrac{-9 \pm \sqrt{57}}{2}$.

Відповідь. $a = \dfrac{-9 \pm \sqrt{57}}{2}$.

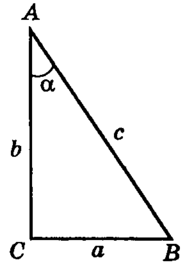
4.2. $x^{\frac{\lg x+5}{3}}=10^{5+\lg x}$. Прологарифмуємо вираз. $\lg\left(x^{\frac{\lg x+5}{3}}\right)=\lg 10^{5+\lg x}$;

$\frac{\lg x+5}{3}\cdot\lg x=5+\lg x$; $\quad \lg x=y$; $\quad (y+5)\cdot y=15+3y\Rightarrow y^2+5y=15+3y\Rightarrow$

$\Rightarrow y^2+2y-15=0$; $y_1=-5,\ y_2=3$. $x_1=10^{-5},\ x_2=10^3$.

Відповідь. $10^{-5},\ 10^3$.

4.3. $\frac{R}{r}=\sqrt{3}+1$. Нехай гіпотенуза c і гострий кут α.



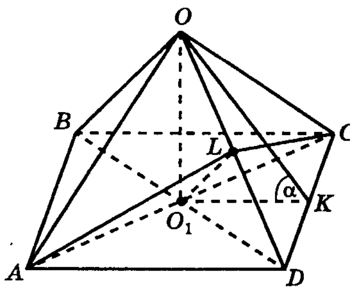
$R=\frac{1}{2}c$. $\ r=\frac{a+b-c}{2}=\frac{c\sin\alpha+c\cos\alpha-c}{2}$.

$$\frac{R}{r}=\frac{\frac{1}{2}c}{\frac{c\sin\alpha+c\cos\alpha-c}{2}}=\frac{1}{\sin\alpha+\cos\alpha-1}=\sqrt{3}+1.$$

$\sin\alpha+\cos\alpha-1=\frac{1}{\sqrt{3}+1}$; $\ \sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}+1}$;

$\sqrt{2}\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}+1}$; $\ \alpha=\arcsin\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right)}-\frac{\pi}{4}$.

4.4. Нехай K – середина CD, O_1 – точка перетину діагоналей основи.



$O_1K=h\cos\alpha\Rightarrow AB=2O_1K=2h\cos\alpha$;

$KD=O_1K=h\cos\alpha$. $\ O_1K=h\cos\alpha=KD$.

З ΔOKD за теоремою Піфагора:

$OD=\sqrt{OK^2+KD^2}=\sqrt{h^2+h^2\cos^2\alpha}=h\sqrt{1+\cos^2\alpha}$.

З прямокутного рівнобедреного ΔO_1KC:

$O_1C=\sqrt{2}O_1K=2\sqrt{2}h\cos\alpha$.

O_1L – середня лінія $\Delta DBO\Rightarrow O_1L=\frac{1}{2}OB=\frac{1}{2}OD=\frac{h}{2}\sqrt{1+\cos\alpha}$.

$$S_{ALC}=\frac{1}{2}\cdot AC\cdot O_1L=O_1C\cdot O_1L=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{2}h\cdot\cos\alpha\cdot\frac{h}{2}\sqrt{1+\cos^2\alpha}=\frac{h^2}{\sqrt{2}}\cos\alpha\sqrt{1+\cos^2\alpha}.$$

Відповідь. $\frac{h^2}{\sqrt{2}}\cos\alpha\sqrt{1+\cos^2\alpha}$.