ВАРІАНТ 3

	А	Б	В	Г
1		Х		
2				Х
3	Х			
4			Х	

	А	Б	В	Г
5				Х
6		Х		
7	Х			
8			Х	

	А	Б	В	Г
9			Х	
10		Х		
11				Х
12			Х	

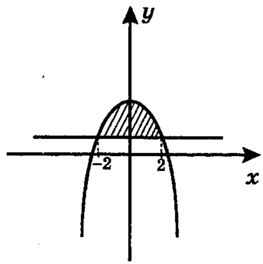
Частина 2.

2.1. $f(x)=\lg(5-x)+\sqrt{x-2};$ $\begin{cases}5-x>0,\\ x-2\ge 0,\end{cases}$ $\begin{cases}x<5,\\ x\ge 2,\end{cases}\Rightarrow x\in[2;5).$

Відповідь. $[2;5)$.

2.2. 1 визначений, 5 треба розставити. $5!=5\cdot4\cdot3\cdot2=120.$
Відповідь .120.

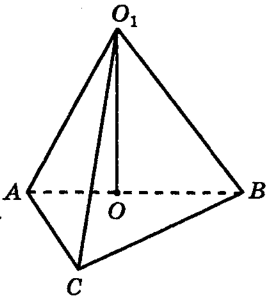
2.3. $5-x^2=1;\ x^2=4;\ x=\pm2.$



$S=2S_1;$

$$S=2S_1=2\int_0^2(5-x^2-1)dx=2\int_0^2(4-x^2)dx=$$

$$=2\left(4x-\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^2=2\left(8-\frac{8}{3}\right)=2\cdot\frac{16}{3}=\frac{32}{3}.$$



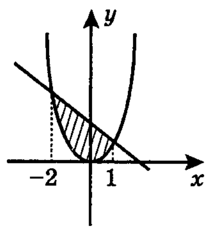
2.4. $BC=AC\,\mathrm{ctg}\,30^\circ=5\sqrt{3};\quad AB=2AC=10.$

$AO=\frac{AB}{2}=5;\quad O_1O=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12.$

$V=\frac{1}{3}\cdot S_{осн.}\cdot h=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot AC\cdot BC\cdot OO_1=\frac{1}{6}\cdot5\cdot5\sqrt{3}\cdot12=50\sqrt{3}.$

Відповідь. $V=50\sqrt{3}$ см^3.

Частина 3.



3.1. $2-x=x^2\Rightarrow x^2+x-2=0\Rightarrow x_1=-2,\ x_2=-1.$

$$S=\int_{-2}^{1}(2-x-x^2)dx=\left(2x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-2}^{1}=$$

$$=2-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\left(-4-\frac{4}{2}+\frac{8}{3}\right)=6+\frac{3}{2}-\frac{9}{3}=3+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}.$$

Відповідь. $\frac{9}{2}$ см^2.

3.2. $\sin^2 x+\frac{1}{2}|\sin x|\cdot\cos x=0.$

1) $\sin x\geq 0.$ $\sin^2 x+\frac{1}{2}\sin x\cdot\cos x=0;$ $\sin x\left(\sin x+\frac{1}{2}\cos x\right)=0;$

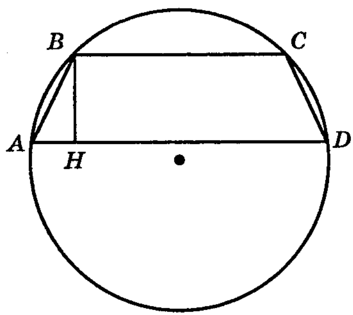
$\sin x=0\Rightarrow x=\pi n,\ n\in Z:$

$\sin x+\frac{1}{2}\cos x=0;$ $\sin x=-\frac{1}{2}\cos x;$ $\mathrm{tg}x=-\frac{1}{2};$ $x=\mathrm{acrtg}\left(-\frac{1}{2}\right)+\pi n;$

2) $\sin x<0.$ $\sin^2 x-\frac{1}{2}\sin x\cos x=0;$ $\sin x\left(\sin x-\frac{1}{2}\cos x\right)=0;$ $\sin x-\frac{1}{2}\cos=0\Rightarrow$

$\mathrm{tg}x=\frac{1}{2};$ $x=\mathrm{arctg}\frac{1}{2}+\pi n.$

Відповідь. $x=\pi n;$ $x=\pm\mathrm{arctg}\frac{1}{2}+\pi n,\ n\in Z.$



3.3. Розглянемо переріз даної фігури площиною, що проходить через центр перпендикулярно заданим площинам. Отримаємо коло радіуса R і два відрізки з довжинами $2r_1$ і $2r_2$. $S_1=36\pi=\pi r_1^2\Rightarrow r_1=6;$ $S_2=64\pi=\pi r_2^2\Rightarrow r_2=8.$ Очевидно, що $ABCD$ трапеція і її висота дорівнює 2.

$AH=\frac{1}{2}(AD-BC)=\frac{1}{2}(16-12)=2.$

$AB=\sqrt{BH^2+AH^2}=2\sqrt{2}.$

Частина 4.

4.1. $5\sqrt[3]{x+3}-3a^2\sqrt[3]{8x-16}=\sqrt[6]{x^2+x-6};$ $5\sqrt[3]{x+3}-6a^2\sqrt[3]{x-2}=\sqrt[6]{(x+3)(x-2)};$

$x=2$ не є розв'язком. $5\sqrt[3]{\frac{x+3}{x-2}}-6a^2-\sqrt[6]{\frac{x+3}{x-2}}=0;$ $y=\sqrt[6]{\frac{x+3}{x-2}};$

$5y^2 - y - 6a^2 = 0;$ $\quad D = 1 + 4\cdot 5\cdot 6\cdot a^2 = 120a^2 + 1 > 0;$ $\quad y = \dfrac{1 \pm \sqrt{120a^2+1}}{10};$

$y_1 = \dfrac{1 \pm \sqrt{120a^2+1}}{10} = b;$ $\quad \sqrt[6]{\dfrac{x+3}{x-2}} = b \Rightarrow \dfrac{x+3}{x-2} = b^6;$ $\quad x + 3 = b^6x - 2b^6;$

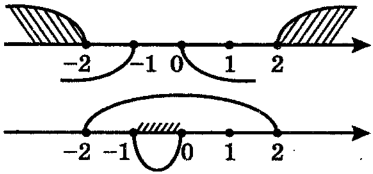
$x = \dfrac{-2b^6 - 3}{1 - b^6}$. Другий розв'язок y_2 дає ще один розв'язок при $y_2 \ge 0$ і жодного при $y_2 < 0$. Тобто рівняння ніколи не має 3 розв'язки.

4.2. $\log_x 3 \cdot \log_{3x} 3 \cdot \log_3(81x) = \dfrac{\log_3 3^4 \cdot x}{\log_3 x \cdot \log_3 3x} = \dfrac{4 + \log_3 x}{\log_3 x(1 + \log_3 x)}$.

Позначимо $y = \log_3 x$.

Тоді за умовою $\dfrac{4+y}{y(1+y)} \le 1 \Rightarrow \dfrac{4 + y - y(1+y)}{y(1+y)} \le 0 \Rightarrow \dfrac{4 - y^2}{y(y+1)} \le 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}4 - y^2 \le 0,\\ y(y+1) > 0,\end{cases}\\ \begin{cases}4 - y^2 \ge 0,\\ y(y+1) < 0\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}y^2 \ge 2^2,\\ y(y+1) > 0,\end{cases}\\ \begin{cases}y^2 \le 2^2,\\ y(y+1) < 0\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow$$



$$\Rightarrow$$

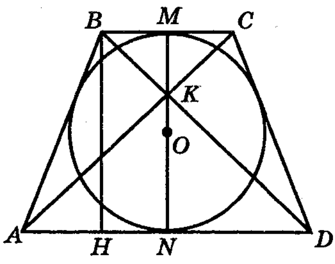
$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} y \le -2,\\ y \ge 2,\\ -1 < y < 0.\end{array}\right.$$

1. $\log_3 x \le -2 \Rightarrow \log_3 x \le \log_3 3^{-2} \Rightarrow 0 < x \le \dfrac{1}{9};$

2. $\log_3 x \ge 2 \Rightarrow \log_3 x \le \log_3 3^2 \Rightarrow y \ge 9;$

3. $-1 < \log_3 x < 0 \Rightarrow \log_3 \dfrac{1}{3} < \log_3 x < \log_3 1 \Rightarrow \dfrac{1}{3} < x < 1.$

Відповідь. $x \in \left(0; \dfrac{1}{9}\right] \cup \left(\dfrac{1}{3}; 1\right) \cup [9; \infty)$.

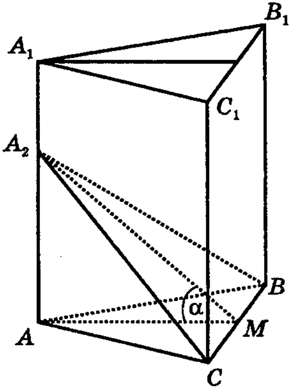


4.3. Нехай дана трапеція $ABCD$, O – центр вписаного кола, K – точка перетину діагоналей. Позначимо $BC = a$; $AD = b$. Оскільки трапеція рівнобічна, то $KO \perp AD$. З рівності $OM = ON = r$ і $\frac{KO}{ON} = \frac{3}{5}$ маємо $\frac{MK}{KN} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$. З подібності ΔKBC і ΔKDA маємо, що $b = 4a$. Оскільки в трапецію можна вписати коло, то $AB + CD = AD + BC = a + b = 5a$. Звідки $P_{ABCD} = 10a$.

Опустимо висоту BH. $AB = \frac{a+b}{2} = \frac{5}{2}a$, $AH = \frac{b-a}{2} = \frac{3}{2}a$, $BH = 2r$. За теоремою Піфагора маємо: $4r^2 + \frac{9}{4}a^2 = \frac{25}{4}a^2$; $4r^2 = \frac{16}{4}a^2$; $r^2 = a^2 \Rightarrow r = a$.

Шукане відношення $\frac{P_{ABCD}}{2\pi r} = \frac{10a}{2\pi a} = \frac{5}{\pi}$.

4.4. Нехай сторони основи a. Тоді $AM = a\frac{\sqrt{3}}{2}$.



$A_2A = AM \cdot \mathrm{tg}\,\alpha = a\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{tg}\,\alpha$. $S_{ABC} = a^2\frac{\sqrt{3}}{4}$.

$V = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot A_2A = \frac{3}{8}a^3\mathrm{tg}\,\alpha \Rightarrow a^3 = \frac{8}{3}V\mathrm{ctg}\,\alpha$.

$A_2M = \frac{AM}{\cos\alpha} = \frac{a\sqrt{3}}{2\cos\alpha}$.

$$S_{A_2BC} = \frac{1}{2}A_2M \cdot BC = \frac{1}{2}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2\cos\alpha}\cdot a = \frac{\sqrt{3}}{2\cos\alpha}a^2 =$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4\cos\alpha}\cdot\left(\frac{8}{3}V\cdot\mathrm{ctg}\,\alpha\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\cos\alpha}\left(\frac{V\cdot\mathrm{ctg}\,\alpha}{3}\right)^{\frac{2}{3}}.$$