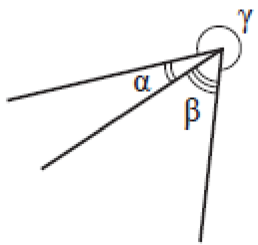
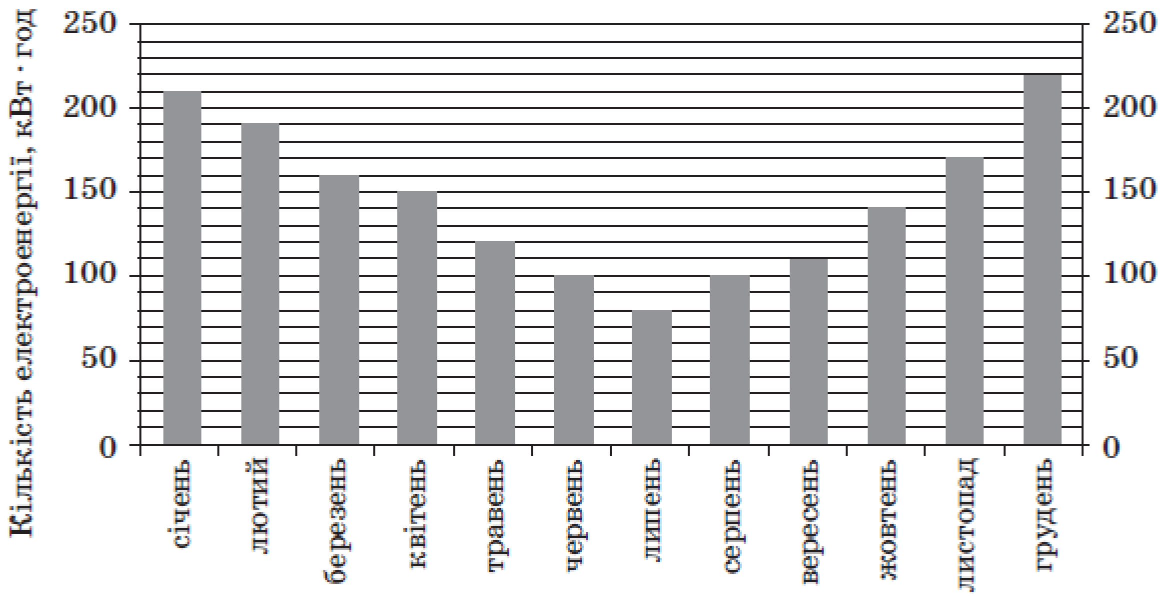
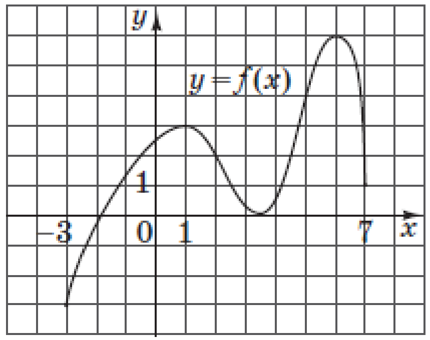
Зовнішнє незалежне оцінювання 2013 року з математики (2 сесія)

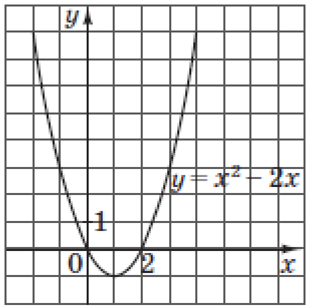
Номер і зміст завдання	Відповідність завдання програмі ЗНО з математики, затвердженій Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України 14.07.2011
1. Три промені зі спільним початком лежать в одній площині (див. рисунок). Визначте градусну міру кута γ, якщо $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 50^\circ$.  290°	Геометрія. Планіметрія. Найпростіші геометричні фігури на площині та їх властивості. Геометричні величини та їх вимірювання. Величина кута, вимірювання кутів
2. Діаграма, зображена на рисунку, містить інформацію про кількість електроенергії (у кВт · год), спожитої певною сім'єю в кожному місяці 2012 року. Користуючись діаграмою, установіть, які з наведених тверджень є правильними. I. У грудні порівняно з липнем спожито електроенергії більше, ніж у 2 рази. II. За всі літні місяці спожито електроенергії на 150 кВт · год менше, ніж за всі весняні місяці. III. Середньомісячне споживання електроенергії за рік є більшим за 120 кВт · год.	Алгебра і початки аналізу. Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики. Графічна, таблична, текстова та інші форми подання статистичної інформації

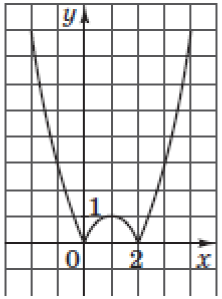
<table>
<tr>
<td>

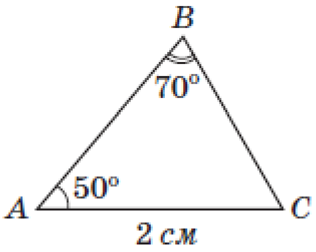
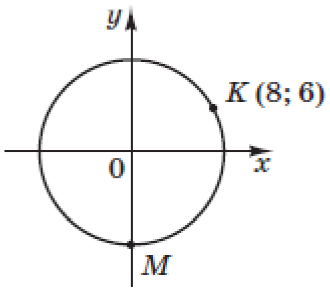
I, II і III</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>3. Остача від ділення натурального числа k на 5 дорівнює 2. Укажіть остачу від ділення на 5 числа $k+21$.

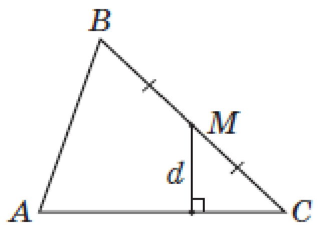
3</td>
<td>Алгебра і початки аналізу. Числа і вирази. Дійсні числа (натуральні, цілі, раціональні та ірраціональні), їх порівняння та дії з ними. Числові множини та співвідношення між ними</td>
</tr>
<tr>
<td>4. У геометричній прогресії (b_n) задано $b_3 = 0{,}2$; $b_4 = \frac{3}{4}$. Знайдіть знаменник цієї прогресії.
$\frac{15}{4}$</td>
<td>Алгебра і початки аналізу. Функції. Числові послідовності. Означення арифметичної та геометричної прогресій. Формула n-го члена геометричної прогресії</td>
</tr>
</table>

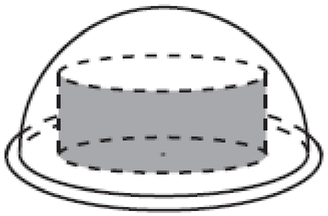
5. На рисунку зображено графік неперервної функції $y = f(x)$, визначеної на відрізку $[-3;\ 7]$. Скільки всього точок екстремуму має ця функція на відрізку $[-3;\ 7]$?  3	Алгебра і початки аналізу. Функції. Означення функції, область визначення, область значень функції, графік функції. Екстремуми функції
6. Які з наведених тверджень є правильними? I. Через дві прямі, що перетинаються, можна провести лише одну площину. II. Через точку, що не належить площині, можна провести безліч прямих, паралельних цій площині. III. Якщо дві різні площини паралельні одній і тій самій прямій, то вони паралельні між собою. лише I і II	Геометрія. Стереометрія. Прямі та площини у просторі. Аксіоми і теореми стереометрії. Взаємне розміщення прямих у просторі, прямої та площини у просторі, площин у просторі. Ознаки паралельності прямих, прямої і площини, площин
7. Розв'яжіть рівняння $2x(x+2) = 5(x+2)$. $-2;\ 2{,}5$	Алгебра і початки аналізу. Рівняння, нерівності та системи. Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння, нерівності та їх системи. Рівняння з однією змінною, означення кореня (розв'язку) рівняння з однією змінною. Методи розв'язування раціональних, ірраціональних, показникових, логарифмічних, тригонометричних рівнянь

8. Розв'яжіть нерівність $\frac{1}{x-5} < 0$. $(-\infty; 5)$	Алгебра і початки аналізу. Рівняння, нерівності та системи. Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння, нерівності та їх системи
9. Якщо $x + 2y - 6z = -1$ і $-y + 3z = 5$, то $x =$ 9	Алгебра і початки аналізу. Рівняння, нерівності та системи. Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння, нерівності та їх системи. Означення розв'язку системи рівнянь з двома змінними та методи їх розв'язань
10. На рисунку зображено графік функції $y = x^2 - 2x$. Укажіть графік функції $y = \lvert x^2 - 2x \rvert$. 	Алгебра і початки аналізу. Функції. Лінійні, квадратичні, степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні функції, їх основні властивості та графіки

	
11. $\dfrac{\lg 25}{\lg 5} =$ **2**	Алгебра і початки аналізу. Числа і вирази. Раціональні, ірраціональні, степеневі, показникові, логарифмічні, тригонометричні вирази та їхні перетворення. Означення та властивості логарифма
12. Сторона основи правильної чотирикутної призми дорівнює 3 *см*, а периметр її бічної грані – 22 *см*. Знайдіть площу бічної поверхні цієї призми. **96** $см^2$	Геометрія. Стереометрія. Многогранники, тіла і поверхні обертання. Формули для обчислення площ поверхонь, об'ємів многогранників і тіл обертання
13. Знайдіть значення виразу $\frac{1}{b} - \frac{1}{a}$, якщо $\frac{\sqrt{3}a - \sqrt{3}b}{ab} = \sqrt{12}$. **2**	Алгебра і початки аналізу. Числа і вирази.Раціональні, ірраціональні, степеневі, показникові, логарифмічні, тригонометричні вирази та їхні перетворення. Означення кореня *n*-го степеня та арифметичного кореня n-го степеня. Властивості коренів

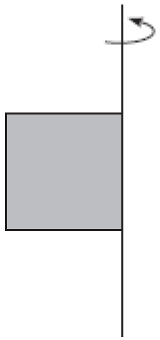
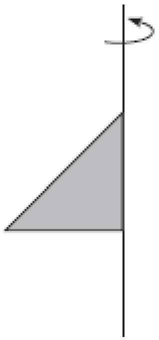
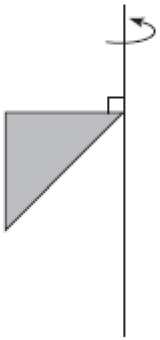
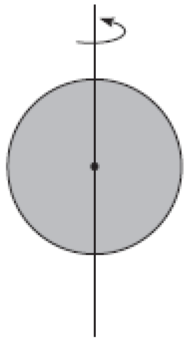
14. У трикутнику ABC задано $AC = 2$ *см*, $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 70^\circ$ (див. рисунок). Визначте BC (у *см*) за теоремою синусів.  $BC = \dfrac{2\sin 50^\circ}{\sin 70^\circ}$	Геометрія. Планіметрія. Трикутники. Теорема синусів
15. На координатній площині xy зображено коло, центр якого збігається з початком координат (див. рисунок). Точки $K(8;\ 6)$ і $M(x;\ y)$ належать цьому колу. Визначте координати точки M.  $(0; -10)$	Геометрія. Планіметрія. Прямокутна система координат на площині, координати точки. Формула для обчислення відстані між двома точками

16. У трикутнику ABC точка M – середина сторони BC, $AC = 24$ *см* (див. рисунок). Знайдіть відстань d від точки M до сторони AC, якщо площа трикутника ABC дорівнює 96 *см*^{2}.  4 *см*	Геометрія. Планіметрія. Трикутники. Формули для обчислення площі трикутника. Теорема Фалеса
17. Спростіть вираз $\sin^2\alpha(1-\mathrm{ctg}^2\alpha)$. $-\cos(2\alpha)$	Алгебра і початки аналізу. Числа і вирази. Раціональні, ірраціональні, степеневі, показникові, логарифмічні, тригонометричні вирази та їхні перетворення
18. Знайдіть похідну функції $y = e^{-2x}$. $y' = -2e^{-2x}$	Алгебра і початки аналізу. Функції. Похідні елементарних функцій. Правила диференціювання
19. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,4} x \geqslant \log_{0,4} 2$. $(0;\ 2]$	Алгебра і початки аналізу. Рівняння, нерівності та системи. Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння, нерівності та їх системи

20. Для розігрівання в мікрохвильовій печі рідких страв використовують посудину у формі циліндра, радіус основи якого дорівнює 9 *см*. Посудина ставиться на горизонтальний диск у формі круга і накривається кришкою, що має форму півсфери (див. рисунок). Радіус півсфери дорівнює 12 *см* і є меншим за радіус круга. Укажіть *найбільше* з наведених значень, якому *може* дорівнювати висота посудини, якщо посудина не торкається кришки.  7 *см*	Геометрія. Стереометрія. Многогранники, тіла і поверхні обертання. Тіла і поверхні обертання та їх елементи, основні види тіл і поверхонь обертання: циліндр, конус, зрізаний конус, куля, сфера. Планіметрія. Теорема Піфагора
21. З пунктів A і B одночасно по шосе назустріч один одному виїхали два велосипедисти. Вони їхали без зупинок зі сталими швидкостями: перший – зі швидкістю x км/год, другий – зі швидкістю y км/год ($x > y$). Через t годин ($t > 1$) вони зустрілися в точці C і, не зупиняючись, продовжили рух без зміни напрямків. До кожного запитання (1–4) доберіть правильну відповідь (А–Д). *Запитання* — *Відповідь* 1 На скільки кілометрів зменшилася відстань по шосе між велосипедистами через 1 годину після початку руху? — $x + y$	Алгебра і початки аналізу. Числа і вирази. Відношення та пропорції. Застосування рівнянь, нерівностей та їх систем до розв'язування текстових задач

2 Чому дорівнює відстань по шосе між пунктами A і B (у *км*)? $(x+y)t$ 3 На скільки кілометрів більше проїхав перший велосипедист, ніж другий, за час від початку руху до моменту зустрічі? $(x-y)t$ 4 За скільки годин перший велосипедист подолає відстань по шосе від точки C до пункту B? $\frac{yt}{x}$	
22. Установіть відповідність між твердженням (1–4) та функцією (А–Д), для якої це твердження є правильним. *Твердження* — *Функція* 1 графік функції не перетинає жодну з осей координат — $y=-\frac{1}{x}$ 2 областю значень функції є проміжок $(0;+\infty)$ — $y=3^x$ 3 функція спадає на всій області визначення — $y=-x+2$ 4 на відрізку $[-1,5;\ 1,5]$ функція має два нулі — $y=x^2-2$	Алгебра і початки аналізу. Функції. Лінійні, квадратичні, степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні функції, їх основні властивості та графіки
23. У прямокутній системі координат на площині дано вектори $\vec{a}$ (3; 4) і $\vec{b}$ (−2; 2). До кожного початку речення (1–4) доберіть його закінчення (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження. *Початок речення* — *Закінчення речення* 1 Довжина вектора $\vec{a}$ — дорівнює 5.	Геометрія. Планіметрія. Координати та вектори на площині Поняття вектора, довжина вектора, колінеарні вектори, рівні вектори, координати вектора. Додавання, віднімання векторів, множення вектора на число. Скалярний добуток векторів та його властивості

2 Сумою векторів $\vec{a}$ і $\vec{c}$ $(-3; k)$ є нульовий вектор, якщо k — дорівнює – 4. 3 Вектори $\vec{b}$ і $\vec{d}$ $(-4; m)$ колінеарні, якщо m — дорівнює 4. 4 Скалярний добуток векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ — дорівнює 2.	Умова колінеарності векторів, що задані координатами
24. Установіть відповідність між тілом обертання, заданим умовою (1–4), та формулою (А–Д) для обчислення його об’єму V. 1 квадрат зі стороною a обертається навколо прямої, що проходить через сторону цього квадрата (рис. 1) $V = \pi a^3$ 2 прямокутний рівнобедрений трикутник із катетом a обертається навколо прямої, що проходить через катет цього трикутника (рис. 2) $V = \frac{1}{3}\pi a^3$ 3 прямокутний рівнобедрений трикутник із катетом a обертається навколо прямої, що проходить через вершину гострого кута цього трикутника перпендикулярно до одного з його катетів (рис. 3) $V = \frac{2}{3}\pi a^3$ 4 круг, радіус якого дорівнює $\frac{3}{4}a$, обертається навколо прямої, що проходить через центр цього круга (рис. 4) $V = \frac{9}{16}\pi a^3$	Геометрія. Стереометрія. Многогранники, тіла і поверхні обертання. Формули для обчислення площ поверхонь, об’ємів многогранників і тіл обертання

 Рис. 1  Рис. 2  Рис. 3  Рис. 4	
25. У магазині молодіжного одягу діє акція: при покупці будь-яких двох однакових футболок за одну з них платять на 40% менше, ніж за іншу. За дві однакові футболки, придбані в цьому магазині під час акції, Микола заплатив 200 гривень. Скільки гривень заплатить Микола, якщо він купить лише одну таку футболку? 125 **25.** У магазині молодіжного одягу діє акція: при покупці будь-яких двох однакових футболок за одну з них платять на 40% менше, ніж за іншу. За дві однакові футболки, придбані в цьому магазині під час акції, Микола заплатив 240 гривень. Скільки гривень заплатить Микола, якщо він купить лише одну таку футболку? 150 **25.** У магазині молодіжного одягу діє акція: при покупці будь-яких двох однакових футболок за одну з них платять на 40% менше, ніж за іншу. За дві однакові футболки, придбані в цьому магазині під час акції, Микола заплатив 192 гривні. Скільки гривень заплатить Микола, якщо він купить лише одну таку футболку? 120	Алгебра і початки аналізу. Числа і вирази. Відношення та пропорції. Відсотки. Основні задачі на відсотки

26. Розв'яжіть рівняння $3^x \cdot 4^x = (12^{x+1})^5$. –1,25 **26.** Розв'яжіть рівняння $3^x \cdot 4^x = (12^{x+1})^6$. –1,2 **26.** Розв'яжіть рівняння $3^x \cdot 4^x = (12^{x+2})^5$. –2,5	Алгебра і початки аналізу. Рівняння, нерівності та системи. Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння, нерівності та їх системи.
27. Знайдіть значення виразу $\lvert y-2x \rvert$, якщо $4x^2-4xy+y^2=\frac{9}{4}$. 1,5 **27.** Знайдіть значення виразу $\lvert y-2x \rvert$, якщо $4x^2-4xy+y^2=\frac{25}{4}$. 2,5 **27.** Знайдіть значення виразу $\lvert y-2x \rvert$, якщо $4x^2-4xy+y^2=\frac{49}{4}$. 3,5	Алгебра і початки аналізу. Числа і вирази. Раціональні, ірраціональні, степеневі, показникові, логарифмічні, тригонометричні вирази та їхні перетворення. Формули скороченого множення. Модуль дійсного числа та його властивості
28. Знайдіть *найбільше* значення функції $y=\frac{(1-2\cos x)^4}{2}$. 40,5 **28.** Знайдіть *найбільше* значення функції $y=\frac{(1-2\cos x)^4}{10}$. 8,1 **28.** Знайдіть *найбільше* значення функції $y=\frac{(1-2\cos x)^4}{6}$. 13,5	Алгебра і початки аналізу. Функції. Лінійні, квадратичні, степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні функції, їх основні властивості. Означення найбільшого і найменшого значень функції Дослідження функції за допомогою похідної

29. У прямокутний трикутник ABC вписано коло, яке дотикається катетів AC та BC у точках K і M відповідно. Знайдіть радіус кола, *описаного* навколо трикутника ABC (у *см*), якщо $AK = 4{,}5$ *см*, $MB = 6$ *см*. 5,25 **29.** У прямокутний трикутник ABC вписано коло, яке дотикається катетів AC та BC у точках K і M відповідно. Знайдіть радіус кола, *описаного* навколо трикутника ABC (у *см*), якщо $AK = 3{,}5$ *см*, $MB = 6$ *см*. 4,75 **29.** У прямокутний трикутник ABC вписано коло, яке дотикається катетів AC та BC у точках K і M відповідно. Знайдіть радіус кола, *описаного* навколо трикутника ABC (у *см*), якщо $AK = 6{,}5$ *см*, $MB = 8$ *см*. 7,25	Геометрія. Планіметрія. Геометричні величини та їх вимірювання. Коло, описане навколо трикутника, і коло, вписане в трикутник Дотичні до кола та їхні властивості
30. Обчисліть площу фігури, обмеженої графіком функції $y = \frac{22}{3} - (x+1)^2$ і прямими $y = \frac{x}{3}$, $x = -1$ та $x = 1$. 12 **30.** Обчисліть площу фігури, обмеженої графіком функції $y = \frac{25}{3} - (x+1)^2$ і прямими $y = \frac{x}{3}$, $x = -1$ та $x = 1$. 14 **30.** Обчисліть площу фігури, обмеженої графіком функції $y = \frac{28}{3} - (x+1)^2$ і прямими $y = \frac{x}{3}$, $x = -1$ та $x = 1$. 16	Алгебра і початки аналізу. Функції. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ криволінійних трапецій. Формула Ньютона – Лейбніца.

31. **У фестивалі беруть участь 25 гуртів, серед яких є по одному гурту з України і Чехії. Порядок виступу гуртів визначається жеребкуванням, за яким кожен із гуртів має однакові шанси отримати будь-який порядковий номер від 1 до 25. Знайдіть імовірність того, що на цьому фестивалі гурт з України виступатиме першим, а порядковий номер виступу гурту з Чехії буде парним.** 0,02	Алгебра і початки аналізу. Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики. Класичне означення ймовірності події, найпростіші випадки підрахунку ймовірностей подій
32. **Основою піраміди є ромб, тупий кут якого дорівнює 120°. Дві бічні грані піраміди, що містять сторони цього кута, перпендикулярні до площини основи, а дві інші бічні грані нахилені до площини основи під кутом 30°. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди (у *см*^{2}), якщо її висота дорівнює 4 *см*.** 96 **32.** **Основою піраміди є ромб, тупий кут якого дорівнює 120°. Дві бічні грані піраміди, що містять сторони цього кута, перпендикулярні до площини основи, а дві інші бічні грані нахилені до площини основи під кутом 30°. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди (у *см*^{2}), якщо її висота дорівнює 3 *см*.** 54 **32.** **Основою піраміди є ромб, тупий кут якого дорівнює 120°. Дві бічні грані піраміди, що містять сторони цього кута, перпендикулярні до площини основи, а дві інші бічні грані нахилені до площини основи під кутом 30°. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди (у *см*^{2}), якщо її висота дорівнює 5 *см*.** 150	Геометрія. Стереометрія. Многогранники. Формули для обчислення площ поверхонь
33. При якому ***найбільшому*** від'ємному значенні параметра a рівняння $\sqrt[4]{\lvert x\rvert - 1} - 2x = a$ має один корінь? –1,625	Алгебра і початки аналізу. Рівняння, нерівності та системи. Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння, нерівності та

33. При якому *найбільшому* від'ємному значенні параметра a рівняння $\sqrt[4]{\lvert x\rvert - 2} - 2x = a$ має один корінь? –3,625 **33.** При якому *найбільшому* від'ємному значенні параметра a рівняння $\sqrt[4]{\lvert x\rvert - 3} - 2x = a$ має один корінь? –5,625	їх системи